



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Datos de identificación			
Persona (s) Autora (s)		Colegio o área	Plantel
Dr. José Manuel Becerra Espinosa		Matemáticas	Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 "Miguel E. Schulz"
Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso		Aprendizaje o contenido abordados en el recurso	Grado/Semestre
Matemáticas V		<p>En esta unidad se expone la teoría básica de los lugares geométricos. En geometría analítica, un lugar geométrico es un conjunto de puntos que cumplen con una determinada condición. Se abordan los dos problemas fundamentales de la geometría analítica: dada una ecuación, representarla gráficamente y viceversa.</p> <p>Sus temas se explican de manera sencilla y con numerosos ejemplos. Por su relevancia, su contenido puede elegirse como la unidad optativa que establece la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p>	5º de la Escuela Nacional Preparatoria
Título del recurso educativo digital interactivo		Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)	
Lugares geométricos (Unidad optativa)		<p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Discutan ecuaciones algebraicas determinando las intersecciones con los ejes coordenados, la simetría respecto a los ejes y al origen, la extensión, las asíntotas, tabularlas y establecer la gráfica. • Estudien las propiedades geométricas de una ecuación que puede modelar una situación real por medio de operaciones algebraicas sobre símbolos definidos en términos de un sistema de coordenadas. • Obtengan la ecuación de un lugar geométrico a partir de la definición o condiciones. 	
Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)	Libro Electrónico.	Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)	<ul style="list-style-type: none"> - Desarrollo formal de temas. - Imágenes. - Ejercicios didácticos.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Tiempo requerido para implementar el recurso	20 horas
---	----------

Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):	Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):	Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:
Libro electrónico	<p>Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática)</p> <p>Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas)</p> <p>Tablas</p>	20 horas

Modalidad para la que se recomienda		
Presencial:	No presencial:	Ambos: x

DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)

FASE DE INICIO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se expondrá la teoría básica sobre los lugares geométricos.</p> <p>Se explicará que se denomina lugar geométrico a un conjunto de puntos que cumplen una determinada propiedad.</p> <p>Se mencionará que es usual que la propiedad geométrica que caracteriza al lugar geométrico se presente también de forma algebraica.</p> <p>Se darán ejemplos de algunos lugares como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de sus extremos. • La bisectriz de dos rectas es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de sus lados. • La circunferencia de centro C y radio r es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia al centro es r. <p>Lo anterior aplica una explicación intuitiva de los siguientes temas:</p>		<p>Investigación sobre la importancia de los lugares geométricos en la vida cotidiana.</p> <p>Conocerá que existen dos problemas fundamentales en la geometría analítica:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dada una ecuación hallar el lugar geométrico que representa. • Dado un lugar geométrico definido por determinadas condiciones, hallar su ecuación matemática. 	2 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>1. Concepto de lugar geométrico</p> <p>2. Discusión de una curva</p> <p>2.1. Intersecciones con los ejes</p> <p>2.2. Simetría</p> <p>2.3. Extensión</p> <p>2.4. Asíntotas</p> <p>2.5. Tabulación</p> <p>2.6. Trazado de la curva</p> <p>3. Ecuaciones de lugares geométricos</p> <p>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</p>			
FASE DE DESARROLLO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se expondrá que, en el área de la geometría analítica, el concepto de lugar geométrico implica concretar o determinar la superficie creada en un eje de coordenadas a partir de una ecuación determinada. Esto quiere decir que cada ecuación matemática tiene una representación gráfica concreta, que puede ser una recta, una curva, una parábola o cualquier otra figura.</p> <p>Se explicará como cualquier otra idea matemática, el concepto de lugar geométrico es de tipo abstracto. La abstracción matemática se basa en dos unidades básicas: el número y el punto. El primero sirve para hacer cálculos algebraicos y el segundo para comprender el espacio geométrico. En este sentido, los lugares geométricos son conjuntos de puntos que comparten una misma propiedad.</p> <p>Con base en ejemplos se detallará que, para trazar una gráfica, el procedimiento consiste en localizar puntos derivados de una tabulación y dibujar una línea continua que pasa por todos ellos. Sin embargo, no todas las gráficas son continuas y, por lo tanto, este procedimiento no es válido ya que se introducirían errores en el trazado de las gráficas.</p> <p>Se enfatizará que para evitar errores de este tipo se debe realizar una investigación preliminar de la ecuación antes de trazar la</p>		<p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Dominará el método de los seis pasos para discutir una curva:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Intersecciones con los ejes: Son los puntos en que la gráfica del lugar geométrico corta a los ejes coordenados. 2. Simetría: Existen tres casos: con respecto al eje x, al y y al origen. 3. La extensión de una curva es la determinación de los intervalos de variación para los cuales los valores de las variables x y y son reales. 4. Asíntotas, que son rectas que, a medida que se prolongan de manera indefinida, tienden a acercarse a una cierta curva, aunque sin alcanzarla. Pueden ser horizontales o verticales (aunque en términos genéricos pueden tener cualquier inclinación). 5. Tabulación: es el cálculo de las coordenadas de un número suficiente de puntos (al menos diez) para obtener una gráfica adecuada. 6. Trazado de la curva: una vez efectuada la tabulación, se procede a localizar los puntos encontrados en el quinto paso y unirlos mediante una línea continua. Debe tenerse cuidado en trazar por anticipado las asíntotas (si las hay). 	<p>15 horas</p>



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>curva. A esto se le conoce como discusión de una curva a través del método de los seis pasos.</p>			
FASE DE CIERRE			
	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos, utilizando GeoGebra y argumentando su solución.</p> <p>Se enfatizará a través de ejemplos que el segundo problema fundamental de la geometría analítica consiste en obtener la ecuación de un lugar geométrico dada su gráfica o sus condiciones básicas.</p> <p>Se realizarán ejemplos en donde una vez conocidas las condiciones que debe cumplir un lugar geométrico, se expresan algebraicamente en términos de un punto $P(x, y)$ que es un punto del lugar geométrico, y, por lo tanto, satisface las condiciones dadas. Se obtiene la expresión (generalmente aplicando la fórmula de distancia entre dos puntos), se simplifica, se iguala a cero y se comprueba que cualquier punto que pertenezca a la curva satisface la ecuación encontrada. Cualquier pareja de valores que satisfaga la ecuación representa las coordenadas de un punto del lugar geométrico.</p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Exponer situaciones de la vida cotidiana en que se apliquen los lugares geométricos. b) Se presentarán 5 lugares geométricos notables. c) Plantear un problema de la vida real en ingeniería que pueda graficarse con base en el método de los seis pasos. d) Se discutirán en pleno sus resultados e interpretaciones. e) De manera individual, elaborar un esquema con todos los elementos geométricos que se abordaron.</p>		<p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos esenciales.</p> <p>Reconocerá que el segundo problema de la geometría analítica radica en que, dada una figura geométrica, o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación. Para una curva, dar la condición que deben cumplir es dar una ley a la cual deben obedecer los puntos de la curva. Esto significa que todo punto de la curva debe satisfacer la ley particular de la curva. De acuerdo con esto se define una curva como el lugar geométrico descrito por un punto que se mueve siguiendo una ley especificada. Por ejemplo, una circunferencia puede definirse como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia a un punto fijo de ese plano es constante.</p> <p>Concluirá que un lugar geométrico no debe satisfacer necesariamente una sola condición; puede satisfacer dos o más condiciones.</p>	3 horas
El recurso inicia y desarrolla la unidad V (Tema optativo) de la asignatura de Matemáticas V de la ENP			
<p>Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.</p>			



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Describirlo:

Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 5 que propone el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Por su pertinencia se aborda el tema de lugares geométricos. La selección de los contenidos tiene como objeto brindar un panorama más específico para aquellos alumnos que deseen cursar alguna carrera en la que se requiera graficar ecuaciones, particularmente las de ciencias físico matemáticas.

Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.

El desarrollo es puntual:

- 1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx
- 2) Aclaración de dudas a la o el docente.
- 3) Resolución de ejercicios propuestos.
- 4) Realimentación del o la docente.
- 5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.

PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO

- Exponer un problema de ingeniería en el que se puedan aplicar los conceptos expuestos.
- Resolver 4 ejercicios que requieran la aplicación del método de los seis pasos.
- Resolver 4 ejercicios en los que, dada una figura geométrica, o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación.
- Revisión y resolución de las actividades del applet 21 de Matemáticas V, alojado en la página:
<http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html>
- Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página:
<http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad08/m5unidad08.html>
- Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.

REFERENCIAS

- Alexander, C., y Koeberlein, M. (2013). *Geometría*. México: Cengage Learning.
- Anfossi A. (1993). *Geometría Analítica*. México: Progreso.
- Baldor, A. (2020). *Geometría y Trigonometría*. México: Grupo Editorial Patria.
- Becerra, José Manuel (2004). *Matemáticas V... el placer de dominarlas sin complicaciones*. México: UNAM.
- Bello, I. (2009). *Álgebra Intermedia. Un enfoque del mundo real*. México: Mc Graw Hill.
- De Oteyza, E. et al. (2001). *Geometría analítica y trigonometría*. México: Pearson Education.
- Demana, D., Waits, B, et al. (2007). *Precálculo gráfico, numérico, algebraico*. México: Pearson Addison Wesley.
- Dolciani, M. et al. (1991). *Álgebra moderna y Trigonometría 2*. México: Publicaciones Cultural.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

- Fernández, A. y Barbarán, J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Madrid: La Muralla.
- Guerra, M. y Figueroa S. (1994). *Geometría Analítica para bachillerato*. México: McGraw-Hill.
- Hooper, A. y Griswold A. (1992). *Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.
- Lehmann, C. (1994). *Geometría Analítica*. México: Limusa.
- López, A. et al. (1993). *Relaciones y Geometría Analítica*. México: Alhambra Bachiller.
- Mochón, S. (2000). *Cuadernos matemáticos para todos los niveles Vol. 9. Modelos matemáticos para todos los niveles*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Nichols, E. et al. (1994). *Geometría moderna*. México: Cecsá.
- Ruiz, J. (2006). *Geometría Analítica*. México: Publicaciones Cultural.
- Steen, F. y Ballou D. (1994). *Geometría Analítica*. México: Cultural.
- Stewart, J., Redlin L. y Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. México: Cengage Learning.
- Swokowski, W. y Cole A. (1994). *Introducción al Cálculo con Geometría Analítica*. México: Grupo Iberoamérica.
- Swokowski, W. y Cole A. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Cengage Learning.
- Tan-Soo, T. (2014). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y la vida*. México: Cengage Learning.
- Zill, G. y Dewar, M. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.