



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Datos de identificación			
Persona (s) Autora (s)	Colegio o área	Plantel	
Dr. José Manuel Becerra Espinosa	Matemáticas	Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 "Miguel E. Schulz"	
Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso	Aprendizaje o contenido abordados en el recurso	Grado/Semestre	
Matemáticas V	<p>En esta unidad se expone el sistema de coordenadas polares que son un sistema en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo. Este sistema es ampliamente utilizado en matemáticas, física y en ingeniería. Sus temas se explican de manera sencilla y con numerosos ejemplos.</p> <p>Por su relevancia, su contenido puede elegirse como la unidad optativa que establece la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p>	5º de la Escuela Nacional Preparatoria	
Título del recurso educativo digital interactivo		Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)	
Sistema de coordenadas polares (Unidad optativa)		<p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprendan el sistema de coordenadas polares y expresen coordenadas y ecuaciones rectangulares en forma polar y viceversa. • Localicen puntos en el plano polar y tracen la gráfica de una ecuación dada en forma polar. • Comprendan que muchos sistemas físicos, tales como los relacionados con los cuerpos en movimiento alrededor de un punto central o con fenómenos que se originan en un punto central, son más simples e intuitivas para modelar utilizando coordenadas polares. Relacionen la introducción del sistema polar con el estudio de movimientos circulares en la naturaleza. 	
Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)		Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)	
	Libro Electrónico.		<ul style="list-style-type: none"> - Desarrollo formal de temas. - Imágenes. - Ejercicios didácticos.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Tiempo requerido para implementar el recurso	20 horas
---	----------

Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):	Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):	Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:
Libro electrónico	<p>Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática)</p> <p>Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas)</p> <p>Tablas</p>	20 horas

Modalidad para la que se recomienda		
Presencial:	No presencial:	Ambos: x

DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)

FASE DE INICIO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se realizará una introducción a las coordenadas polares y se explicará que consiste en un sistema de coordenadas bidimensional en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo.</p> <p>Se enfatizará que, por su importancia, este sistema es ampliamente utilizado en física y trigonometría.</p> <p>1. Introducción</p> <p>2. Expresiones para transformar un punto de coordenadas polares a cartesianas y viceversa</p> <p>3. Distancia entre dos puntos</p> <p>4. Lugares geométricos notables en coordenadas polares</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recta - Circunferencia - Cónicas <p>5. Trazado de curvas especiales dada su ecuación polar</p>		<p>Investigación sobre la importancia de las coordenadas polares y su aplicación en otras disciplinas.</p> <p>Comprenderá que las coordenadas polares son bidimensionales, por lo que solamente se pueden usar donde las posiciones de los puntos se sitúen en un plano bidimensional.</p> <p>Entenderá que son las más adecuadas en cualquier contexto donde el fenómeno a considerar esté directamente ligado con la dirección y longitud de un punto central, como en las figuras de revolución, en los movimientos giratorios, en las observaciones estelares, etc.</p> <p>Reconocerá que muchos sistemas físicos, tales como los relacionados con cuerpos que se mueven alrededor de un punto central, o los fenómenos originados desde un punto central, son más fáciles de modelar usando coordenadas polares. Sabrá que la motivación inicial de la introducción del sistema polar fue el estudio del movimiento circular y el movimiento orbital.</p>	3 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<ul style="list-style-type: none"> - Rosa de cuatro pétalos - Cardioide - Caracol - Lemniscata - Espiral <p>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</p>			
FASE DE DESARROLLO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se expondrá que el sistema de coordenadas polares es un sistema de coordenadas bidimensional en el cual cada punto del plano se determina por un ángulo y una distancia.</p> <p>Se explicará que la forma de determinar un punto del plano se describe mediante dos números: r la distancia del punto al extremo de la semirrecta, llamado polo, y θ el ángulo que forma el eje polar (que es horizontal) con el segmento que une el punto con el polo, este ángulo debe medirse en sentido opuesto a las manecillas del reloj. Lo anterior significa que a todo punto P del plano cuyas coordenadas rectangulares son (x,y) se le puede asignar las siguientes coordenadas: $r =$ distancia del origen de coordenadas $(0,0)$ al punto P. $\theta =$ ángulo desde el semieje positivo del eje x al segmento que une el origen de coordenadas con P.</p> <p>Se aclarará que ángulo polar se puede dar en cualquier medida angular pero lo más frecuente es usar grados sexagesimales o radianes.</p> <p>Se obtendrá la distancia entre dos puntos y ecuaciones de lugares geométricos básicos como la recta, la circunferencia, las cónicas y de curvas notables como la lemniscata.</p>		<p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Conocerá que con este sistema de referencia y una unidad de medida métrica (para poder asignar distancias entre cada par de puntos del plano), todo punto P del plano corresponde a un par ordenado (r,θ). La distancia r se conoce como la coordenada radial o radio vector, mientras que el ángulo es la coordenada angular o ángulo polar. En el caso del origen O, el valor de r es cero, pero el valor de θ es indefinido.</p> <p>Sabrás que el valor de r es positivo y el valor de θ está comprendido en el intervalo $[0,2\pi]$.</p>	15 horas
FASE DE CIERRE			
	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos, expresando y argumentando su solución.</p>		<p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos esenciales.</p> <p>Identificará los elementos y la representación en coordenadas polares: polo, eje polar, ángulo, y radio vector.</p>	2 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>Se enfatizará las ventajas de usar este sistema en casos particulares, por ejemplo, el caso del movimiento bidimensional de un punto.</p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Exponer una situación en que se apliquen las coordenadas polares. b) Se presentarán ejemplos en el que se muestren gráficas de curvas notables en coordenadas polares. c) Plantear un problema de física que se resuelva por coordenadas polares. d) Se discutirán en pleno sus resultados e interpretaciones. e) De manera individual, elaborar un formulario con todas las expresiones vistas en clase.</p>		<p>Sabrà ubicar puntos con coordenadas polares, determinará las gráficas y ecuaciones de rectas y circunferencias y representará curvas usando coordenadas polares.</p> <p>Conocerá que las coordenadas polares se usan a menudo en navegación, ya que el destino o la dirección del trayecto pueden venir dados por un ángulo y una distancia al objeto considerado. Las aeronaves, por ejemplo, utilizan un sistema de coordenadas polares ligeramente modificado para la navegación.</p>	
---	--	---	--

El recurso inicia y desarrolla la unidad V (Tema optativo) de la asignatura de Matemáticas V de la ENP

Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.

Describirlo:

Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 5 que propone el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Por su pertinencia se aborda el tema de sistema de coordenadas polares. La selección de los contenidos tiene como objeto brindar un panorama introductorio para aquellos alumnos que deseen cursar alguna carrera de las ciencias físico matemáticas.

Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.

El desarrollo es puntual:

- 1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx
- 2) Aclaración de dudas a la o el docente.
- 3) Resolución de ejercicios propuestos.
- 4) Realimentación del o la docente.
- 5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.

PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO

- Exponer un problema de ingeniería en el que se pueda aplicar las coordenadas polares.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

- Obtener la distancia entre dos puntos y establecer la ecuación de una recta, así como de una circunferencia en coordenadas polares, hacer su respectiva conversión y establecer una comparación de procedimientos.
- Revisión y resolución de las actividades del applet 59 de Matemáticas V, alojado en la página:
<http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html>
- Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página:
<http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad05/m5unidad05.html>
- Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.

REFERENCIAS

- Al, Shenk (2007). *Cálculo y geometría analítica*. México: Trillas.
- Becerra, José Manuel (2022). *Matemáticas V. Unidad Optativa. Sistema de coordenadas polares*. Página del Colegio de Matemáticas del plantel 8 de la ENP. México: UNAM. Disponible en:
<http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/>
- Chau, Pérez, N. J. & Sánchez Gutiérrez, R. W. (2010). *Coordenadas polares: curvas maravillosas*. Revista Electrónica En Blanco y Negro, 1(1), 1-27. Recuperado de:
<http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/view/2191/2122>
- De Oteyza, E. (2007). *Conocimientos fundamentales de matemáticas: trigonometría y geometría analítica*. México: Pearson educación.
- Garza, B. (2014). *Geometría Analítica* 1ª Edición. México: Pearson.
- Caballero, A. (2010). *Geometría Analítica* 20ª edición. México: Esfinge.
- Lehmann, C. (1994). *Geometría Analítica*. México: Limusa.
- Martínez-Esparza, C. M. (2004). *Mis curvas preferidas. Representación de curvas en coordenadas polares con GeoGebra*. Recuperado de:
<http://www.sociedadelainformacion.com/47/motos.pdf>
- Orduña, J. (2012). *Geometría analítica*. México: Red Tercer Milenio.
- Swokowski, E. W. J. A. Cole. (2011). *Geometría, Trigonometría y Geometría Analítica*. 13ª edición. México: Cengage Learning