



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<b>Datos de identificación</b>		
<b>Persona (s) Autora (s)</b>	<b>Colegio o área</b>	<b>Plantel</b>
Dr. José Manuel Becerra Espinosa	Matemáticas	Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 "Miguel E. Schulz"
<b>Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso</b>	<b>Aprendizaje o contenido abordados en el recurso</b>	<b>Grado/Semestre</b>
Matemáticas V	<p>Uno de los conceptos más importantes en Matemáticas es el de función, ya que se puede aplicar en numerosas situaciones de la vida cotidiana, y determinar las relaciones algebraicas que existen entre dos magnitudes diferentes en muchas disciplinas del conocimiento, y así poder calcular el valor de una de ellas en función de otra de la que depende.</p> <p>Es indudable la relevancia de las funciones porque relacionan cada elemento de una magnitud con un único elemento de otra magnitud. Esta unidad aborda la teoría básica de funciones algebraicas y trascendentes y se exponen aplicaciones de modelación y solución de problemas reales. Todos sus contenidos coinciden con lo establecido en la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p>	5º de la Escuela Nacional Preparatoria
<b>Título del recurso educativo digital interactivo</b>	<b>Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)</b>	
Funciones para modelar la relación entre variables	<p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominen el concepto de función a través de representaciones mediante tablas, gráficas y fórmulas; determinen el dominio y rango de funciones; comprendan qué es la inversa de una función; estudien las funciones polinomiales, exponencial y logarítmica, analizando sus principales propiedades y aplicaciones; construyan las funciones trigonométricas directas e inversas y estudien sus propiedades y las aplique en contextos reales.</li> <li>• Desarrollen habilidades de visualización, representación, abstracción y generalización para identificar y analizar situaciones o fenómenos demográficos, económicos, físicos, químicos o biológicos que</li> </ul>	



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

		puedan modelarse, a través de funciones polinomiales, trigonométricas, exponenciales o logarítmicas.	
<b>Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)</b>	Libro Electrónico.	<b>Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollo formal de temas.</li> <li>- Imágenes.</li> <li>- Ejercicios didácticos.</li> </ul>
<b>Tiempo requerido para implementar el recurso</b>		50 horas	

<b>Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):</b>	<b>Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):</b>	<b>Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:</b>
Libro electrónico	Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática)  Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas)  Tablas	50 horas

<b>Modalidad para la que se recomienda</b>		
<b>Presencial:</b>	<b>No presencial:</b>	<b>Ambos: x</b>

<b>DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)</b>			
<b>FASE DE INICIO</b>			
<b>Actividades presenciales</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Actividades no presenciales</b>	<b>Tiempo</b>
En esta fase, se introducirá el concepto de función, sus características, tipos y clasificación.  Se expondrá que, en matemáticas, se dice que una magnitud es función de otra si el valor de la primera depende del valor de la segunda. Por ejemplo, el área $A$ de un círculo es función de su radio $r$ ya que el valor del área es proporcional al cuadrado del radio, $A = \pi \cdot r^2$ . Del mismo modo, la duración $t$ de un viaje en coche entre dos ciudades separadas por una		Investigación sobre la importancia de las funciones en las matemáticas, su desarrollo histórico y su potencial de aplicación en otras disciplinas.  Comprenderá que la función es uno de los conceptos más importantes en el campo de las Matemáticas y las ciencias, no solo por sus aplicaciones, sino porque permite modelar situaciones de diferentes contextos.	3 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>distancia <math>d</math> de 80 km depende de la velocidad <math>v</math> a la que se desplace el coche ya que la duración es inversamente proporcional a la velocidad, <math>\frac{d}{v}</math>). Se les explicará que respectivamente a la primera magnitud (el área, la duración) se le denomina variable dependiente, y la magnitud de la que depende (el radio y la velocidad) es la variable independiente.</p> <p>Se mencionará que concepto general de función se refiere a una regla que asigna a cada elemento de un primer conjunto un único elemento de un segundo conjunto. Por ejemplo, cada número entero posee un único cuadrado, que resulta ser un número natural.</p> <p>Lo anterior aplica una explicación intuitiva de los siguientes temas:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Producto cartesiano</li><li>2. Concepto de relación</li><li>3. Concepto de función<ul style="list-style-type: none"><li>- Dominio de una función</li><li>- Imagen y rango de una función</li><li>- Clasificación de funciones</li><li>- Tipos de funciones</li></ul></li><li>4. Función inversa</li><li>5. Gráfica de funciones</li><li>6. Funciones polinomiales<ul style="list-style-type: none"><li>- Función de primer grado</li><li>- Función de segundo grado</li><li>- Teorema del residuo y teorema del factor</li><li>- Función de grado mayor que dos</li></ul></li><li>7. Funciones trigonométricas<ul style="list-style-type: none"><li>- Círculo trigonométrico</li><li>- Valores notables de funciones trigonométricas</li><li>- Gráfica de las funciones trigonométricas directas</li><li>- Parámetros de las funciones trigonométricas</li><li>- Gráfica de las funciones trigonométricas inversas</li></ul></li><li>8. Función exponencial<ul style="list-style-type: none"><li>- Dominio, rango y gráfica de funciones exponenciales</li></ul></li></ol>		<p>Sabrán que el desarrollo del álgebra jugó un papel fundamental en el descubrimiento del mundo de las representaciones analíticas ya que se hizo posible la traducción de cualquier problema de geometría plana en un problema algebraico equivalente. De esta forma, al buscar relacionar una curva plana algebraica con una ecuación entre las coordenadas de sus puntos, se encontró que una ecuación en <math>x</math> y <math>y</math> era un medio para introducir una dependencia entre dos cantidades variables.</p>	
---	--	--	--



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<p>- Ecuaciones exponenciales          - Interés compuesto</p> <p>9. Logaritmos          - Logaritmos decimales          - Logaritmos naturales          - Cambio de base          - Antilogaritmo          - Propiedades de los logaritmos</p> <p>10. Funciones logarítmicas          - Dominio, rango y gráfica de funciones logarítmicas          - Ecuaciones logarítmicas</p> <p><b>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</b></p>			
<b>FASE DE DESARROLLO</b>			
<b>Actividades presenciales</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Actividades no presenciales</b>	<b>Tiempo</b>
<p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se explicará cómo través de las funciones se puede modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que se está describiendo.</p> <p>Al modelar situaciones reales u otras que se enmarcan en el proceso cognitivo de la adquisición del concepto de función, se provoca que el estudiante, al aproximarse a fenómenos reales, analice y describa la significación de objetos: simbólicos, verbales, gráficos, algebraicos y numéricos. En el proceso de simulación y de modelación se produce la distinción de variables y la relación entre las variables, las cuales, a su vez, impulsan la construcción de otros registros de representación.</p> <p>Se establece que la noción de dependencia implica la existencia de un vínculo entre cantidades y conlleva la idea de que un cambio en una de las cantidades tendrá efectos sobre las otras. Además, se enfatiza la noción de variabilidad que permite percibir que una cosa depende de otra es hacer variar cada una por vez y constatar el efecto de la variación. Se menciona que los principales elementos que</p>		<p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Formalizar el conocimiento resolviendo problemas que están planteados para la aplicación concreta del concepto aprendido.</p> <p>Comprenderá el alumno que el concepto de función le permite modelar múltiples situaciones del mundo real, relacionando variables diversas. De esta manera, se posibilita el análisis de las situaciones desde un punto de vista dinámico, lo que permite sacar conclusiones y formular generalizaciones.</p> <p>Con ayuda del programa GeoGebra se graficarán todas las funciones lineales que se expusieron para poder analizar con los alumnos el comportamiento de cada una de ellas, haciendo énfasis en el dominio y rango de cada una de ellas.</p>	<p>44 horas</p>



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<p>integran a las funciones son la variación, la dependencia, la correspondencia, la simbolización y expresión de la dependencia, y sus distintas formas de representación.</p> <p>Se establecen las características principales de las funciones polinomiales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.</p>			
<b>FASE DE CIERRE</b>			
	<b>Tiempo</b>	<b>Actividades no presenciales</b>	<b>Tiempo</b>
<p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos, expresando y argumentando su solución.</p> <p>Se plantearán diversas situaciones que deberán modelarse en forma de función.</p> <p>Se recalcará que una función es una relación entre dos conjuntos <math>A</math> y <math>B</math>, donde todos los elementos del conjunto <math>A</math> tienen un elemento asignado del conjunto <math>B</math>. Los elementos del conjunto <math>B</math> se llaman las Imágenes. Además, se recordará que solo las funciones biyectivas tienen inversa.</p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Se realizará un cuadro sinóptico de las características de las funciones más importantes que se abordaron (como el dominio, el rango, si es creciente o decreciente, las intersecciones con los ejes y si es o no continua).</p> <p>b) Exponer una situación que se pueda modelar una función lineal, una cuadrática, una trigonométrica, una exponencial y una logarítmica.</p> <p>c) Plantear una situación en la que analice una función y su inversa.</p> <p>d) Se discutirán en pleno sus ideas y resultados.</p> <p>e) De manera individual, elaborar un resumen con las gráficas de las funciones vistas en clase.</p>		<p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos, propiedades y aplicaciones de las funciones polinomiales y trascendentes.</p> <p>Comprenderá que no todas las ecuaciones son funciones. Y si una ecuación es una función, puede ser verificado por la prueba de recta vertical, que es simplemente imaginar una vertical variable en cada punto del eje <math>x</math> y ver si coincide con la gráfica en un solo punto.</p> <p>Entenderá que, para dibujar una gráfica ideal de una función, se necesita una expresión algebraica definida o un número infinito de puntos de datos. En la vida real, ambos no están disponibles debido a que en la mayoría de las veces los datos que se tiene están dispersos. En otras palabras, se puede tener una lista de puntos <math>(x, y)</math> que se pueden trazar en la gráfica, pero es posible que los puntos no estén muy densamente ubicados. Por ello, se deben conectar esos puntos de todos modos, ya que no hay otra forma de ver el patrón o la tendencia de las variables.</p>	3 horas



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

**El recurso inicia y desarrolla la unidad III de la asignatura de Matemáticas V de la ENP**

Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.

**Describirlo:**

Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 3 que establece el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Se expone la teoría básica de funciones. El concepto de función es la piedra angular de las matemáticas por lo que se inicia con su concepto a partir de la correspondencia entre dos conjuntos. Se describen sus elementos y se clasifican. Se establecen sus diferentes formas de expresarlas y se enfatiza su representación gráfica. Se define la función inversa y se estudia el comportamiento de funciones las funciones polinomiales y trascendentes. Se ofrecen las bases para que se tenga un pensamiento abstracto que sirva para analizar, aplicar y resolver situaciones o problemas del entorno de los alumnos.

Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.

El desarrollo es puntual:

- 1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx
- 2) Aclaración de dudas a la o el docente.
- 3) Resolución de ejercicios propuestos.
- 4) Realimentación del o la docente.
- 5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.

**PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO**

- Establecer las diferencias entre relación y función.
- Plantear 5 situaciones que pueda modelarse con una función lineal, una cuadrática, una trigonométrica, una exponencial y una logarítmica.
- Hacer un resumen que contenga las características más relevantes de las funciones expuestas.
- Revisión y resolución de las actividades de los applets 43 a 57 de Matemáticas V, alojados en la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html>
- Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad03/m5unidad03.html>
- Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.

**REFERENCIAS**

Alexander, C., y Koeberlein, M. (2013). *Geometría*. México: Cengage Learning.

Anfossi A. (1993). *Geometría Analítica*. México: Progreso.

Baldor, A. (2020). *Geometría y Trigonometría*. México: Grupo Editorial Patria.

Becerra, José Manuel (2004). *Matemáticas V... el placer de dominarlas sin complicaciones*. México: UNAM.





**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

- Ayres, F. y Mendelson, E. (2010). *Cálculo* (5a ed.). México: Mc Graw Hill.
- Becerra, José Manuel (2004). *Matemáticas V... el placer de dominarlas sin complicaciones*. México: UNAM.
- Becerra, José Manuel (2022). *Matemáticas V. Unidad III. Unidad 3. Funciones para modelar la relación entre variables*. Página del Colegio de Matemáticas del plantel 8 de la ENP. México: UNAM. Disponible en: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/>
- Cruse, A., Lehman, M. (1982). *Lecciones de Cálculo V1 y V2*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- De Torres, M. *Modelos matemáticos en las ciencias*. Disponible en: <http://editorialuniversitariaeduco.blogspot.mx/2015/08/libro-sobre-modelos-matematicos.html>
- Díaz, J. (2012). *Cálculo de una variable Volumen I*. España: Universidad de Deusto.
- (2012). *Cálculo de una variable Volumen II*. España: Universidad de Deusto.
- Engler A., Müller, D., Vrancken S., Hecklein, M. (2020). *Funciones*. Argentina: Ediciones Universidad Nacional del Litoral.
- Fraga, R. (1999). *Calculus Problems for a new century*. Washington: Mathematical Association of America.
- Larson, R. y Edwards, B. (2016). *Cálculo Tomo I* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- (2016). *Cálculo Tomo II* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo* (7a ed.). México: Oxford University Press.
- Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2013). *Cálculo diferencial e integral*. México: Pearson Educación.
- Purcell, E. J., Vardeberg, D. y Rigdon S. (2007). *Cálculo* (9a ed.). México: Pearson Educación.
- Rivera, A. (2014). *Cálculo Diferencial: fundamentos, aplicaciones y notas históricas*. México: Patria.
- Stewart, J. (2010). *Cálculo de una variable* (6a ed.). México: Cengage Learning.  
Universidad Nacional Autónoma de México. Red Universitaria de Aprendizaje (RUA),  
Disponible en: <http://www.rua.unam.mx/portal/>
- Velázquez, C. y Fernández. A. (2020). *Funciones. Teoría y práctica*. México: Lumbremos Editores.