



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<b>Datos de identificación</b>			
<b>Persona (s) Autora (s)</b>		<b>Colegio o área</b>	<b>Plantel</b>
Dr. José Manuel Becerra Espinosa		Matemáticas	Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 "Miguel E. Schulz"
<b>Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso</b>		<b>Aprendizaje o contenido abordados en el recurso</b>	<b>Grado/Semestre</b>
Matemáticas V		<p>En esta unidad se exponen las operaciones que se pueden realizar con las funciones. Se define la suma, la resta, la multiplicación y la división de funciones. Además, se explica de manera detallada la composición de funciones que se forma al tomar la salida de una función y convertirla en la entrada de otra función. Esta operación resulta muy útil cuando se tiene que modelar diferentes procesos con distintas funciones.</p> <p>Sus temas se explican de manera sencilla y con numerosos ejemplos. Por su relevancia, su contenido puede elegirse como la unidad optativa que establece la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p>	5º de la Escuela Nacional Preparatoria
<b>Título del recurso educativo digital interactivo</b>		<b>Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)</b>	
Álgebra de funciones (Unidad optativa)		<p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprendan que, si dos funciones están definidas para todos los números reales, entonces es posible hacer operaciones numéricas reales como la suma, resta, multiplicación y división.</li> <li>• Obtengan el dominio y rango para las cuatro operaciones básicas.</li> <li>• Dominen el concepto de composición de función y encuentren el dominio y rango en diversas situaciones; entiendan la importancia de este concepto en su futura aplicación en el cálculo diferencial e integral.</li> </ul>	
<b>Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)</b>	Libro Electrónico.	<b>Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollo formal de temas.</li> <li>- Imágenes.</li> <li>- Ejercicios didácticos.</li> </ul>



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<b>Tiempo requerido para implementar el recurso</b>	20 horas
-----------------------------------------------------	----------

<b>Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):</b>	<b>Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):</b>	<b>Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:</b>
Libro electrónico	<p>Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática)</p> <p>Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas)</p> <p>Tablas</p>	20 horas

<b>Modalidad para la que se recomienda</b>		
<b>Presencial:</b>	<b>No presencial:</b>	<b>Ambos: x</b>

**DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)**

<b>FASE DE INICIO</b>			
<b>Actividades presenciales</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Actividades no presenciales</b>	<b>Tiempo</b>
<p>En esta fase, se expondrá la teoría básica sobre el álgebra de funciones.</p> <p>Se explicará que, aunque las funciones no son números, con ellas se pueden realizar operaciones similares. Así como dos números <math>a</math> y <math>b</math> pueden ser operados, dos funciones <math>f</math> y <math>g</math> también pueden operarse para producir una nueva función.</p> <p>Lo anterior aplica una explicación intuitiva de los siguientes temas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Suma de funciones</li> <li>Resta de funciones</li> <li>Multiplicación de un número real por una función</li> <li>Multiplicación de funciones</li> <li>División de funciones</li> <li>Composición de funciones</li> </ol>		<p>Investigación sobre la importancia del álgebra de funciones en matemáticas superiores y su aplicación.</p> <p>Conocerá que se pueden efectuar operaciones con funciones y que es fundamental determinar el dominio y rango tanto de las funciones originales como de las resultantes.</p>	2 horas



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

<p>- Propiedades de la composición</p> <p>7. Ejemplos con operaciones de funciones</p> <p><b>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</b></p>			
FASE DE DESARROLLO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se discutirá con el grupo la utilidad de aplicar del álgebra de funciones.</p> <p>Se explicará que las operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre funciones son posibles y semejantes a las correspondientes efectuadas con los números.</p> <p>Se definirá la composición de funciones y se mencionará su relevancia en el cálculo diferencial e integral.</p>		<p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Al resolver múltiples ejercicios, reconocerá que la suma, resta, producto y cociente de funciones es útil porque permite descomponer funciones complicadas en otras más sencillas.</p> <p>Comprenderá que si se tienen dos funciones: <math>f(x)</math> y <math>g(x)</math>, de modo que el dominio de la segunda esté incluido en el rango de la primera, se puede definir una nueva función que asocie a cada elemento del dominio de <math>f(x)</math> el valor de <math>g[f(x)]</math>.</p>	15 horas
FASE DE CIERRE			
	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos y argumentando su solución.</p> <p>Se recordará que la composición de funciones es el método de utilizar una función <math>g</math> como entrada de otra función <math>f</math>, lo que da lugar a una nueva función única. Se utiliza la notación de círculo para denotar la composición de funciones: <math>(f \circ g)(x)</math></p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Obtener la suma, resta, producto y cociente de dos funciones algebraicas.</p> <p>b) Determinar los respectivos dominios y rangos de las cinco funciones resultantes.</p> <p>c) Exponer tres situaciones de la vida cotidiana en que se apliquen funciones compuestas.</p> <p>d) Dadas dos funciones racionales <math>f(x)</math> y <math>g(x)</math>, obtener la composición <math>(f \circ g)(x)</math> y <math>(g \circ f)(x)</math> y estableciendo el dominio y rango de las funciones resultantes.</p>		<p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos esenciales.</p> <p>Recordará que el dominio de una función es el conjunto de todas las entradas posibles de esa función y que esto es igualmente cierto para las funciones compuestas. De ello, deducirá que para que la función compuesta sea verdadera, la salida de la función interna debe estar dentro del dominio de la función externa.</p> <p>Se percatará de que cuando se componen funciones y una de ellas tiene una raíz cuadrada o una fracción (como una función racional), se debe tener cuidado con el dominio.</p> <p>Concluirá que la composición puede realizarse en funciones con múltiples variables, al igual que con una sola. Estas variables pueden estar compartidas o no por las funciones individuales y el proceso sigue siendo, en gran medida, el mismo. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la función compuesta final solo contendrá las variables presentes en la función interna.</p>	3 horas



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

e) Se discutirán en pleno sus resultados e interpretaciones.			
<b>El recurso inicia y desarrolla la unidad V (Tema optativo) de la asignatura de Matemáticas V de la ENP</b>			
Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.			
<b>Describirlo:</b>			
<p>Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 5 que propone el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Por su pertinencia se aborda el tema de álgebra de funciones. La selección de los contenidos tiene como objeto brindar una visión más específica para aquellos alumnos que deseen cursar alguna carrera, particularmente de las ciencias físico matemáticas.</p> <p>Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.</p> <p>El desarrollo es puntual:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx</li> <li>2) Aclaración de dudas a la o el docente.</li> <li>3) Resolución de ejercicios propuestos.</li> <li>4) Realimentación del o la docente.</li> <li>5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.</li> </ol>			
<b>PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponer tres situaciones en el que se puedan aplicar operaciones con funciones.</li> <li>• Efectuar la suma, resta, multiplicación y división de dos funciones, una de ella racional y la otra algebraica, estableciendo el dominio y rango de las funciones resultantes.</li> <li>• Efectuar la composición <math>(f \circ g)(x)</math> y <math>(g \circ f)(x)</math>, siendo <math>f(x)</math> una función racional, y <math>g(x)</math> una función irracional, estableciendo el dominio y rango de las funciones resultantes.</li> <li>• Revisión y resolución de las actividades del applet 2 de Matemáticas VI Áreas 1 y 2, alojado en la página: <a href="http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html">http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html</a></li> <li>• Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página: <a href="http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad13/m5unidad13.html">http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad13/m5unidad13.html</a></li> <li>• Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.</li> </ul>			
<b>REFERENCIAS</b>			
<p>Ayres, F. y Mendelson, E. (2010). <i>Cálculo</i> (5a ed.). México: Mc Graw Hill.</p> <p>Becerra, José Manuel (2005). <i>Matemáticas VI... un paseo sencillo e introductorio al cálculo</i>. México: UNAM.</p>			



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

- Becerra, José Manuel (2022). *Matemáticas VI áreas I y II. Unidad I. Funciones para modelar la relación entre variables*. Página del Colegio de Matemáticas del plantel 8 de la ENP. México: UNAM. Disponible en: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/>
- Cruse, A., Lehman, M. (1982). *Lecciones de Cálculo V1 y V2*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- De Torres, M. *Modelos matemáticos en las ciencias*. Disponible en: <http://editorialuniversitariaeduco.blogspot.mx/2015/08/libro-sobre-modelos-matematicos.html>
- Díaz, J. (2012). *Cálculo de una variable Volumen I*. España: Universidad de Deusto.
- (2012). *Cálculo de una variable Volumen II*. España: Universidad de Deusto.
- Engler A., Müller, D., Vrancken S., Hecklein, M. (2020). *Funciones*. Argentina: Ediciones Universidad Nacional del Litoral.
- Fraga, R. (1999). *Calculus Problems for a new century*. Washington: Mathematical Association of America.
- Larson, R. y Edwards, B. (2016). *Cálculo Tomo I* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- (2016). *Cálculo Tomo II* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo* (7a ed.). México: Oxford University Press.
- Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2013). *Cálculo diferencial e integral*. México: Pearson Educación.
- Purcell, E. J., Vardeberg, D. y Rigdon S. (2007). *Cálculo* (9a ed.). México: Pearson Educación.
- Rivera, A. (2014). *Cálculo Diferencial: fundamentos, aplicaciones y notas históricas*. México: Patria.
- Stewart, J. (2010). *Cálculo de una variable* (6a ed.). México: Cengage Learning.
- Universidad Nacional Autónoma de México. *Red Universitaria de Aprendizaje (RUA)*.  
Disponible en: <http://www.rua.unam.mx/portal/>
- Velázquez, C. y Fernández. A. (2020). *Funciones. Teoría y práctica*. México: Lumbreros Editores.