



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Datos de identificación		
Persona (s) Autora (s)	Colegio o área	Plantel
Dr. José Manuel Becerra Espinosa	Matemáticas	Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 "Miguel E. Schulz"
Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso	Aprendizaje o contenido abordados en el recurso	Grado/Semestre
Matemáticas V	<p>En esta unidad se expone la teoría básica de la hipérbola. Se define como lugar geométrico, se obtienen sus ecuaciones ordinaria y general cuando el centro está en el origen y el eje focal coincide con alguno de los ejes coordenados y cuando el centro es un punto cualquiera del plano, pero el eje focal es paralelo a alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Además, se analizan sus elementos y se traza la gráfica correspondiente si se conoce su ecuación. Se plantean sus aplicaciones en otras disciplinas. Sus temas se explican de manera sencilla y con numerosos ejemplos. Por su relevancia, su contenido puede elegirse como la unidad optativa que establece la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p>	5º de la Escuela Nacional Preparatoria
Título del recurso educativo digital interactivo	Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)	
Hipérbola (Unidad optativa)	<p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conozcan los principales elementos de la hipérbola: su centro, sus vértices, sus focos, su eje mayor, eje menor, la longitud de sus lados rectos y sus asíntotas. • A partir de una ecuación, determinen cuándo se trate de una hipérbola horizontal y cuándo de una hipérbola vertical; identifiquen cuando una ecuación representa un caso degenerado de la hipérbola. • Interpreten analíticamente las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico para obtener la ecuación que define una hipérbola y apliquen los conceptos abordados en la resolución de problemas de su entorno. 	



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)	Libro Electrónico.	Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)	<ul style="list-style-type: none"> - Desarrollo formal de temas. - Imágenes. - Ejercicios didácticos.
Tiempo requerido para implementar el recurso		20 horas	

Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):	Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):	Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:
Libro electrónico	Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática) Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas) Tablas	20 horas

Modalidad para la que se recomienda		
Presencial:	No presencial:	Ambos: x

DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)			
FASE DE INICIO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se expondrá la teoría básica sobre la hipérbola que es una curva abierta y plana.</p> <p>Se explicará la definición de hipérbola como el lugar geométrico de todos los puntos P del plano, tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos en el plano es constante. Los puntos fijos se llaman focos.</p> <p>Se les mencionará que la hipérbola puede estar orientada de cualquier forma, pero se estudiarán las hipérbolas horizontales y las verticales.</p> <p>Lo anterior aplica una explicación intuitiva de los siguientes temas:</p>		<p>Investigación sobre la importancia de la hipérbola en la vida cotidiana.</p> <p>Recordará que las hipérbolas son secciones cónicas formadas por un plano que interseca a un cono.</p> <p>Descubrirá que la hipérbola tiene dos asíntotas (rectas cuyas distancias a la curva tienden a cero cuando la curva se aleja hacia el infinito). Las hipérbolas cuyas asíntotas son perpendiculares se llaman hipérbolas equiláteras.</p> <p>Comprenderá que las hipérbolas aparecen en varios objetos de la vida real. Podemos encontrar figuras hiperbólicas en arquitectura, en varios edificios y estructuras. También se encuentran</p>	2 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<ol style="list-style-type: none"> 1. Definición de hipérbola 2. Ecuación ordinaria de la hipérbola horizontal con centro en el origen 3. Longitud de los lados rectos de una hipérbola horizontal 4. Excentricidad de una hipérbola 5. Ecuación ordinaria de la hipérbola vertical con centro en el origen 6. Longitud de los lados rectos de una hipérbola vertical 7. Ecuación de la hipérbola horizontal cuando su centro es cualquier punto del plano 8. Ecuación de la hipérbola vertical cuando su centro es cualquier punto del plano 9. Ecuación general de la hipérbola horizontal 10. Ecuación general de la hipérbola vertical 11. Características de la hipérbola a partir de su ecuación general 12. Caso especial o degenerado de una hipérbola <p>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</p>		<p>hipérbolas en la explosión sónica de aviones e incluso en la forma de las torres de refrigeración de plantas nucleares.</p>	
FASE DE DESARROLLO			
Actividades presenciales	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se discutirá con el grupo la utilidad de considerar a la hipérbola como lugar geométrico para resolver dichos problemas.</p> <p>A partir de la definición de hipérbola como lugar geométrico, se construirá con regla y compás, señalando cuál es el eje focal, real o transverso; el centro; los focos; los vértices sobre el eje focal; el eje imaginario o conjugado y sus vértices; la semidistancia focal; el semieje real; el semieje conjugado y la relación que existe entre ellos. Se definirá excentricidad y</p>		<p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Comprenderá que a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, podrá interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación de una hipérbola. Aplicará los conceptos, expuestos en la resolución de problemas de su entorno.</p> <p>Dada la ecuación de una hipérbola con centro fuera del origen, en la forma general, se completarán trinomios cuadrados perfectos en las variables en x y en y, para expresar la ecuación en la forma ordinaria y determinar todos sus elementos y su gráfica.</p>	<p>15 horas</p>



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>longitud del lado recto obteniendo sus valores. Se determinarán las asíntotas.</p> <p>A partir de su definición como lugar geométrico, se obtendrá la ecuación en las formas ordinaria y general cuando el centro está en el origen y el eje focal coincide con alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Dada la ecuación de una hipérbola en la forma general, se llevará a la forma ordinaria y se obtendrán posición del eje real, semidistancia focal, semieje focal, semieje imaginario, coordenadas de vértices y focos, excentricidad, longitud del lado recto, asíntotas y gráfica. Se encontrarán las ecuaciones de las asíntotas como una factorización de la ecuación ordinaria de la hipérbola igualando a cero.</p> <p>A partir de la ecuación general, se determinará su ecuación, en la forma ordinaria, con y eje focal paralelo a alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Se definirán hipérbolas equiláteras e hipérbolas conjugadas y se establecerá que cuatro puntos determinan una hipérbola si se conoce la posición del eje focal.</p>		<p>Entenderá que es posible formar una transmisión de engranajes a partir de engranajes hiperbólicos. Los engranajes tienen ejes sesgados y forma de reloj de arena que le dan la forma hiperbólica. Dos hiperboloides pueden transmitir movimiento entre dos ejes inclinados.</p> <p>Descubrirá, que el hiperboloide es el diseño estándar para todas las torres de refrigeración de plantas nucleares y algunas plantas eléctricas de carbón. Estas torres son estructuralmente eficientes y pueden ser construidas con vigas de acero rectas. El diseño de las torres de refrigeración se enfoca principalmente en dos problemas: 1) La estructura debe ser lo suficientemente fuerte para soportar vientos fuertes; y 2) Las torres deben ser construidas con la menor cantidad de material posible. Reconocerá que la forma hiperbólica de las torres de refrigeración resuelve ambos problemas. Estas torres son muy resistentes dados un diámetro y una altura de la torre y para una fuerza dada que debe soportar, esta forma requiere menos material que cualquier otra forma.</p>	
FASE DE CIERRE			
	Tiempo	Actividades no presenciales	Tiempo
<p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos y argumentando su solución.</p> <p>Se repasará que toda hipérbola tiene dos ejes de simetría. El eje más largo se llama eje mayor y el más corto, eje menor. Cada extremo del eje mayor es el vértice de la hipérbola. El centro de una hipérbola es el punto medio de los ejes mayor y menor. Los ejes son perpendiculares en el centro. Los focos siempre se encuentran en el eje mayor, y la diferencia de las distancias de los focos a cualquier punto de la hipérbola (la resta constante) es menor que la distancia entre los focos.</p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Exponer cinco situaciones de la vida cotidiana en que se apliquen hipérbolas.</p>		<p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos esenciales.</p> <p>Conocerá las aplicaciones de la hipérbola en otras disciplinas. Construirá un cuadro sinóptico resaltando sus propiedades con sus respectivas aplicaciones. Se apoyará en el software GeoGebra para detallar sus elementos.</p> <p>Reconocerá que la hipérbola posee diversas aplicaciones muy interesantes en la arquitectura, en la que se destaca la construcción de edificios con forma de un paraboloides hiperbólico. Un paraboloides hiperbólico es una curva tridimensional que es una hipérbola en una sección transversal y una parábola en otra sección transversal.</p>	3 horas



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

<p>b) Obtener las ecuaciones ordinaria y general de dos hipérbolas (una horizontal y otra vertical) bajo condiciones diferentes.</p> <p>c) Plantear dos problemas de la vida real en que se utilicen hipérbolas en su solución.</p> <p>d) Se discutirán en pleno sus resultados e interpretaciones.</p> <p>e) De manera individual, elaborar un esquema con todos los elementos de una hipérbola y un resumen con un formulario con las expresiones de sus elementos para los casos: cuando es horizontal y cuando es vertical considerando que su centro sea cualquier punto del plano.</p>			
--	--	--	--

El recurso inicia y desarrolla la unidad V (Tema optativo) de la asignatura de Matemáticas V de la ENP

Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.

Describirlo:

Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 5 que propone el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Por su pertinencia se aborda el tema de hipérbola. La selección de los contenidos tiene como objeto brindar un panorama más específico para aquellos alumnos que deseen cursar alguna carrera, particularmente de las ciencias físico matemáticas.

Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.

El desarrollo es puntual:

- 1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx
- 2) Aclaración de dudas a la o el docente.
- 3) Resolución de ejercicios propuestos.
- 4) Realimentación del o la docente.
- 5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.

PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO

- Exponer tres situaciones en el que se puedan utilizar hipérbolas.
- Resolver dos ejercicios de obtención de la ecuación general de una hipérbola con condiciones distintas.
- Plantear dos problemas reales que requieran el uso de la ecuación de una hipérbola.
- Revisión y resolución de las actividades de los applets 82 a 87 de Matemáticas V, alojados en la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html>
- Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad12/m5unidad12.html>



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Consejo Académico del Bachillerato



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital

- Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.

REFERENCIAS

- Alexander, C., y Koeberlein, M. (2013). *Geometría*. México: Cengage Learning.
- Anfossi A. (1993). *Geometría Analítica*. México: Progreso.
- Baldor, A. (2020). *Geometría y Trigonometría*. México: Grupo Editorial Patria.
- Becerra, José Manuel (2004). *Matemáticas V... el placer de dominarlas sin complicaciones*. México: UNAM.
- Bello, I. (2009). *Álgebra Intermedia. Un enfoque del mundo real*. México: Mc Graw Hill.
- De Oteyza, E. et al. (2001). *Geometría analítica y trigonometría*. México: Pearson Education.
- Demana, D., Waits, B, et al. (2007). *Precálculo gráfico, numérico, algebraico*. México: Pearson Addison Wesley.
- Dolciani, M. et al. (1991). *Álgebra moderna y Trigonometría 2*. México: Publicaciones Cultural.
- Fernández, A. y Barbarán, J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Madrid: La Muralla.
- Guerra, M. y Figueroa S. (1994). *Geometría Analítica para bachillerato*. México: McGraw-Hill.
- Hooper, A. y Griswold A. (1992). *Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.
- Lehmann, C. (1994). *Geometría Analítica*. México: Limusa.
- López, A. et al. (1993). *Relaciones y Geometría Analítica*. México: Alhambra Bachiller.
- Mochón, S. (2000). *Cuadernos matemáticos para todos los niveles Vol. 9. Modelos matemáticos para todos los niveles*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Nichols, E. et al. (1994). *Geometría moderna*. México: Cecsa.
- Ruiz, J. (2006). *Geometría Analítica*. México: Publicaciones Cultural.
- Steen, F. y Ballou D. (1994). *Geometría Analítica*. México: Cultural.
- Stewart, J., Redlin L. y Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. México: Cengage Learning.
- Swokowski, W. y Cole A. (1994). *Introducción al Cálculo con Geometría Analítica*. México: Grupo Iberoamérica.
- Swokowski, W. y Cole A. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Cengage Learning.
- Tan-Soo, T. (2014). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y la vida*. México: Cengage Learning.
- Zill, G. y Dewar, M. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.