



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

| Datos de identificación                                     |   |   |
|---|---|---|
| Persona (s) Autora (s)                                      | Colegio o área  | Plantel   |
| Dr. José Manuel Becerra Espinosa                            | Matemáticas   | Escuela Nacional Preparatoria<br>Plantel 8 "Miguel E. Schulz" |
| Asignatura o asignaturas para las que se propone el recurso | Aprendizaje o contenido abordados en el recurso   | Grado/Semestre  |
| Matemáticas V   | <p>En esta unidad se expone la teoría básica de la elipse. Se define como lugar geométrico, se obtienen sus ecuaciones ordinaria y general cuando el centro está en el origen y el eje focal coincide con alguno de los ejes coordenados y cuando el centro es un punto cualquiera del plano, pero el eje focal es paralelo a alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Además, se analizan sus elementos y se traza la gráfica correspondiente si se conoce su ecuación. Se plantean sus aplicaciones en otras disciplinas. Sus temas se explican de manera sencilla y con numerosos ejemplos. Por su relevancia, su contenido puede elegirse como la unidad optativa que establece la asignatura de Matemáticas V del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM.</p> | 5º de la Escuela Nacional Preparatoria                        |
| Título del recurso educativo digital interactivo            | Objetivos/Propósitos del recurso digital interactivo (¿Qué quiero que el alumno aprenda con el recurso?)  |   |
| Elipse (Unidad optativa)                                    | <p>Que los y las estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conozcan los principales elementos de la elipse: su centro, sus vértices, sus focos, su eje mayor, eje menor y la longitud de sus lados rectos.</li> <li>• A partir de una ecuación, determinen cuándo se trate de una elipse horizontal y cuando de una elipse vertical.</li> <li>• Interpreten analíticamente las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico para obtener la ecuación que define una elipse y apliquen los conceptos abordados en la resolución de problemas de su entorno.</li> </ul>  |   |



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

|   |                    |  |  |
|---|--------------------|--|--|
| <b>Tipo de recurso didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera)</b> | Libro Electrónico. | <b>Elementos que integran el recurso educativo digital interactivo (ejemplo: imágenes, cuestionario, tutorial, etc.)</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollo formal de temas.</li> <li>- Imágenes.</li> <li>- Ejercicios didácticos.</li> </ul> |
| <b>Tiempo requerido para implementar el recurso</b>                               |                    | 20 horas   |  |

|  |   |  |
|--|---|--|
| <b>Tipo de recurso educativo didáctico digital (ejemplo: video, presentación, etcétera):</b> | <b>Medias que componen el recurso educativo digital interactivo (Una Media corresponde a un objeto digital; ejemplo: imagen, cuestionario, video, entre otros):</b> | <b>Tiempo requerido para implementar el recurso educativo digital interactivo:</b> |
| Libro electrónico  | <p>Texto (desarrollo formal de temas; ejercicios didácticos; problemas de modelación matemática)</p> <p>Imágenes (Figuras, gráficas, esquemas)</p> <p>Tablas</p>    | 20 horas   |

| Modalidad para la que se recomienda |                       |                 |
|-------------------------------------|-----------------------|-----------------|
| <b>Presencial:</b>                  | <b>No presencial:</b> | <b>Ambos: x</b> |

**DESARROLLO DEL APRENDIZAJE CON EL RECURSO (¿Qué actividades sugiero para usar el recurso?)**

| FASE DE INICIO  |        |   |         |
|---|--------|---|---------|
| Actividades presenciales  | Tiempo | Actividades no presenciales   | Tiempo  |
| <p>En esta fase, se expondrá la teoría básica sobre la elipse que es una curva cerrada y plana.</p> <p>Se explicará la definición de elipse como el lugar geométrico de todos los puntos <math>P</math> del plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos en el plano es constante. Los puntos fijos se llaman focos.</p> <p>Se les mencionará que la elipse puede estar orientada de cualquier forma, pero se estudiarán las elipses horizontales y las verticales.</p> <p>Lo anterior aplica una explicación intuitiva de los siguientes temas:</p> |        | <p>Investigación sobre la importancia de la elipse en la vida cotidiana.</p> <p>Recordará que las elipses son secciones cónicas formadas por un plano que interseca a un cono.</p> <p>Comprenderá que la elipse posee propiedades de reflexión similares a la de la parábola, en este caso cuando se coloca un emisor de ondas en un foco, estas se reflejarán en las paredes de la elipse y convergerán en el otro foco.</p> <p>Investigará el tipo de órbita que tiene el cometa Halley y si el sol es un vértice o un foco. La teoría atómica de Bohr y describirá las órbitas de los electrones alrededor del núcleo de los átomos. Investigará y discutirá por qué se utilizan los</p> | 2 horas |



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

|   |               |  |                                    |
|---|---------------|--|------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definición de elipse</li> <li>2. Ecuación ordinaria de la elipse horizontal con centro en el origen</li> <li>3. Longitud de los lados rectos de una elipse horizontal</li> <li>4. Excentricidad de una elipse</li> <li>5. Ecuación ordinaria de la elipse vertical con centro en el origen</li> <li>6. Longitud de los lados rectos de una elipse vertical</li> <li>7. Ecuación de la elipse horizontal cuando su centro es cualquier punto del plano</li> <li>8. Ecuación de la elipse vertical cuando su centro es cualquier punto del plano</li> <li>9. Ecuación general de la elipse horizontal</li> <li>10. Ecuación general de la elipse vertical</li> <li>11. Características de la elipse a partir de su ecuación general</li> </ol> <p><b>Estos temas pueden ser consultados en el recurso <i>Matemáticas V</i>.</b></p> |               | <p>arcos elípticos en puentes y otras estructuras. En que se basan las llamadas "cámaras de los secretos" y los estudios de radiación donde la emanación total de alguna fuente debe ser medida.</p>   |                                    |
| <b>FASE DE DESARROLLO</b>   |               |  |                                    |
| <b>Actividades presenciales</b>   | <b>Tiempo</b> | <b>Actividades no presenciales</b>   | <b>Tiempo</b>                      |
| <p>En esta fase, se realizará una exposición formal de los contenidos de la fase de inicio y se realizarán múltiples ejercicios.</p> <p>Se discutirá con el grupo la utilidad de considerar a la elipse como lugar geométrico para resolver dichos problemas.</p> <p>A partir de la definición de elipse como lugar geométrico, se construirá ésta con regla y compás, señalando cuál es el eje focal, el centro, los focos, los vértices sobre el eje focal, el eje no focal y sus vértices, la semidistancia focal, el semieje mayor, el semieje menor y la relación que existe entre ellos. Se definirán excentricidad y ancho focal o longitud del lado recto, obteniendo sus valores. Se enfatizará la simetría de la curva con sus ejes.</p>  |               | <p>Estudio de cada uno de los temas y análisis detallado de los conceptos abordados.</p> <p>Comprenderá que a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, podrá interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación de una elipse. Aplicará los conceptos, expuestos en la resolución de problemas de su entorno.</p> <p>Dibujará una elipse con un trozo de cartulina, dos tachuelas, un lápiz y una cuerda. Colocará las tachuelas en la cartulina para formar los focos de la elipse. Cortará un trozo de cuerda más largo que la distancia entre las dos tachuelas (la longitud de la cuerda representa la constante de la definición). Fijará cada extremo de la cuerda a la cartulina y trazará una curva con un lápiz</p> | <p align="center">15<br/>horas</p> |



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
 DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

|   |               |   |               |
|---|---------------|---|---------------|
| <p>A partir de su definición como lugar geométrico, se obtendrá la ecuación en las formas ordinaria y general cuando el centro está en el origen y el eje focal coincide con alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Dada la ecuación de una elipse en la forma general se llevará a la forma ordinaria y se obtendrán: Posición del eje focal, semidistancia focal, semieje mayor, semieje menor, coordenadas de vértices y focos, excentricidad, longitud del lado recto y se trazará su gráfica.</p> <p>A partir de la ecuación general, se determinará su ecuación, en la forma ordinaria, con eje focal paralelo a alguno de los ejes coordenados.</p> <p>Se establecerá que cuatro puntos determinan una elipse si se conoce la posición del eje focal.</p>  |               | <p>tensado contra la cuerda. El resultado que obtendrá será una elipse.</p> <p>Dada la ecuación de una elipse con centro fuera del origen, en la forma general, se completarán trinomios cuadrados perfectos en las variables en <math>x</math> y en <math>y</math>, para expresar la ecuación en la forma ordinaria y determinar todos sus elementos y su gráfica.</p> <p>Entenderá que la elipse es una curva que describen: los planetas del sistema solar en su órbita, la luna alrededor de la Tierra y los satélites artificiales alrededor de nuestro planeta.</p>   |               |
| <b>FASE DE CIERRE</b>   |               |   |               |
|   | <b>Tiempo</b> | <b>Actividades no presenciales</b>  | <b>Tiempo</b> |
| <p>Se realizará una síntesis de todos los conceptos vistos previamente mediante la participación grupal de los alumnos, resolviendo ejercicios didácticos y argumentando su solución.</p> <p>Se repasará que toda elipse tiene dos ejes de simetría. El eje más largo se llama eje mayor y el más corto, eje menor. Cada extremo del eje mayor es el vértice de la elipse. El centro de una elipse es el punto medio de los ejes mayor y menor. Los ejes son perpendiculares en el centro. Los focos siempre se encuentran en el eje mayor, y la suma de las distancias de los focos a cualquier punto de la elipse (la suma constante) es mayor que la distancia entre los focos.</p> <p>Las siguientes actividades las deben realizar en equipos de cuatro estudiantes:</p> <p>a) Exponer cinco situaciones de la vida cotidiana en que se apliquen elipses.<br/>         b) Obtener las ecuaciones ordinaria y general de dos elipses (una horizontal y otra vertical) bajo condiciones diferentes.<br/>         c) Plantear tres problemas de la vida real en que se utilicen elipses en su solución.<br/>         d) Se discutirán en pleno sus resultados e interpretaciones.</p> |               | <p>A través de ejercicios seleccionados el alumno repasará todos los conceptos esenciales.</p> <p>En la vida cotidiana una elipse es muy fácil de obtener, basta con observar la forma de un líquido contenido en un vaso cuando lo inclinamos para beberlo.</p> <p>Conocerá las aplicaciones de la elipse en otras disciplinas. Construirá un cuadro sinóptico resaltando las propiedades de la elipse con sus respectivas aplicaciones. Se apoyará en el software GeoGebra para detallar sus elementos.</p> <p>Reconocerá que la elipse posee diversas aplicaciones físicas muy interesantes, en la que destaca su propiedad de reflexión la cual se utiliza en la medicina a través de un aparato llamado <i>litotriptor</i> para disolver cálculos renales por medio de ondas intra-acuáticas de choque. Entenderá que el funcionamiento de este aparato es de la siguiente forma, se coloca un medio elipsoide lleno de agua pegado al cuerpo del paciente en el foco de esta parte del elipsoide se pone un generador de ondas; el foco de la otra parte del elipsoide se debe localizar en estos cálculos y así al reflejarse las ondas en la superficie de la elipsoide de afuera del paciente todas convergen en el cálculo y éste se fragmenta.</p> | 3 horas       |



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| e) De manera individual, elaborar un esquema con todos los elementos de una elipse y un resumen con un formulario con las expresiones de sus elementos para los casos: cuando es horizontal y cuando es vertical considerando que su centro sea cualquier punto del plano. |  |  |  |
|--|--|--|--|

|  |
|--|
|  |
|--|

**El recurso inicia y desarrolla la unidad V (Tema optativo) de la asignatura de Matemáticas V de la ENP**

Los contenidos del recurso se apegan estrictamente al programa de estudio vigente.

**Describirlo:**

Este libro electrónico aborda íntegramente la unidad 5 que propone el programa actualizado de la asignatura de Matemáticas V de la ENP, contribuyendo en la futura preparación académica del estudiante. Cubre la necesidad de que los estudiantes del bachillerato adquieran conceptos que puedan aplicar a su entorno cotidiano. Por ello, se explican los contenidos fundamentales. Por su pertinencia se aborda el tema de elipse. La selección de los contenidos tiene como objeto brindar un panorama más específico para aquellos alumnos que deseen cursar alguna carrera, particularmente de las ciencias físico matemáticas.

Como inicio, el material está planeado para trabajar tanto en la modalidad presencial como en la virtual. En ambos casos, siempre contará con la supervisión permanente del docente.

El desarrollo es puntual:

- 1) Una vez revisado el material, el o la estudiante anotará sus dudas, si no las hubiere, podrá seguir adelante; de lo contrario, deberá anotarlas y plantearlas a la o el docente, o bien, escribir al correo jose.becerra@enp.unam.mx
- 2) Aclaración de dudas a la o el docente.
- 3) Resolución de ejercicios propuestos.
- 4) Realimentación del o la docente.
- 5) Conclusiones en sesión o contacto con la o el docente.

**PROPUESTA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE LOGRADO CON EL RECURSO**

- Exponer cinco situaciones en el que se puedan utilizar elipses.
- Resolver dos ejercicios de obtención de la ecuación general de una elipse con condiciones distintas.
- Plantear 3 problemas reales que requieran el uso de la ecuación de una elipse.
- Revisión y resolución de las actividades de los applets 76 a 81 de Matemáticas V, alojados en la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/applets.html>
- Resolución de los reactivos de opción múltiple de la página: <http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/examenesporunidad/matematicas05/m5unidad11/m5unidad11.html>
- Realizar una infografía con los conceptos y aplicaciones más relevantes de los conceptos de la unidad.

**REFERENCIAS**

Alexander, C., y Koeberlein, M. (2013). *Geometría*. México: Cengage Learning.

Anfossi A. (1993). *Geometría Analítica*. México: Progreso.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Consejo Académico del Bachillerato**



REPOSITORIO DE RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES  
DEL CONSEJO ACADÉMICO DEL BACHILLERATO (RU-CAB)

**Propuesta de formato para estrategia o secuencia didáctica de un recurso digital**

- Baldor, A. (2020). *Geometría y Trigonometría*. México: Grupo Editorial Patria.
- Becerra, José Manuel (2004). *Matemáticas V... el placer de dominarlas sin complicaciones*. México: UNAM.
- Bello, I. (2009). *Álgebra Intermedia. Un enfoque del mundo real*. México: Mc Graw Hill.
- De Oteyza, E. et al. (2001). *Geometría analítica y trigonometría*. México: Pearson Education.
- Demana, D., Waits, B, et al. (2007). *Precálculo gráfico, numérico, algebraico*. México: Pearson Addison Wesley.
- Dolciani, M. et al. (1991). *Álgebra moderna y Trigonometría 2*. México: Publicaciones Cultural.
- Fernández, A. y Barbarán, J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Madrid: La Muralla.
- Guerra, M. y Figueroa S. (1994). *Geometría Analítica para bachillerato*. México: McGraw-Hill.
- Hooper, A. y Griswold A. (1992). *Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.
- Lehmann, C. (1994). *Geometría Analítica*. México: Limusa.
- López, A. et al. (1993). *Relaciones y Geometría Analítica*. México: Alhambra Bachiller.
- Mochón, S. (2000). *Cuadernos matemáticos para todos los niveles Vol. 9. Modelos matemáticos para todos los niveles*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Nichols, E. et al. (1994). *Geometría moderna*. México: Cecsa.
- Ruiz, J. (2006). *Geometría Analítica*. México: Publicaciones Cultural.
- Steen, F. y Ballou D. (1994). *Geometría Analítica*. México: Cultural.
- Stewart, J., Redlin L. y Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. México: Cengage Learning.
- Swokowski, W. y Cole A. (1994). *Introducción al Cálculo con Geometría Analítica*. México: Grupo Iberoamérica.
- Swokowski, W. y Cole A. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Cengage Learning.
- Tan-Soo, T. (2014). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y la vida*. México: Cengage Learning.
- Zill, G. y Dewar, M. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.